

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



بهینه‌سازی محدب

جلد ۱ (مباحث نظری)

نویسندگان:

استفان بوید

لایون وندنبرگ

مترجمان:

دکتر جعفر پوررستم

استادیار دانشکده مهندسی برق و رایانه دانشگاه تبریز

مهندس سیدحسین موسوی

دانشجوی دکتری مخابرات سیستم دانشگاه تبریز

مهندس میرمهدی صفری

دانشجوی دکتری مخابرات سیستم دانشگاه تبریز

انتشارات دانشگاه تبریز

تبریز-۱۳۹۹

سرشناسه	بوداستیون پی، ۱۹۵۸- م. Boyd, Stephen P., 1958-
عنوان و نام پدیدآور	بهبینه‌سازی محدب/ نویسندگان استفان بوید، لایون وندنبرگ؛ مترجم جعفر پوررستم، سیدحسین موسوی، میرمهدی صفری؛ ویراستار ادبی محمدرضا عابدی.
مشخصات نشر	تبریز: دانشگاه تبریز، انتشارات، ۱۳۹۹.
مشخصات ظاهری	ج ۲: مصور، جدول.
فروست	انتشارات دانشگاه تبریز
شابک	دوره: ۶-۹۳-۸۸۶۴-۶۰۰-۹۷۸-۶: ج ۱، ۳-۹۴-۸۸۶۴-۶۰۰-۹۷۸-۶: ج ۲، ۹۵-۹۴-۸۸۶۴-۶۰۰-۹۷۸-۶
وضعیت فهرست نویسی	فیبا
یادداشت	عنوان اصلی: Convex Optimization, c2004
یادداشت	جلد دوم کتاب حاضر توسط جعفر پوررستم و سیدحسین موسوی ترجمه شده‌است.
یادداشت	کتاب حاضر قبلاً با همین عنوان با ترجمه حنان لهراسی توسط دانشگاه شاهد، معاونت پژوهش و فناوری، مرکز چاپ و انتشارات در سال ۱۳۹۹ به صورت تک جلدی منتشر شده است.
مندرجات	ج ۱. مباحث نظری، ج ۲. کاربردها و الگوریتم‌ها.
موضوع	بهبینه‌سازی ریاضی
موضوع	Mathematical optimization
موضوع	توابع محدب
موضوع	Convex functions
شناسه افزوده	وندنبرگ، لیون، ۱۹۶۴- م.
شناسه افزوده	Vandenberghe, Lieven, 1964
شناسه افزوده	پوررستم، جعفر، ۱۳۵۷-، مترجم
شناسه افزوده	موسوی، سیدحسین، ۱۳۶۲-، مترجم
شناسه افزوده	صفری، میرمهدی، ۱۳۷۱-، مترجم
شناسه افزوده	دانشگاه تبریز، انتشارات
رده بندی کنگره	QA۴۰۲/۵
رده بندی دیویی	۵۱۹/۶
شماره کتابشناسی ملی	۷۵۹۹۹۶۷
وضعیت رکورد	فیبا



بهبینه سازی محدب ج. ۱ مباحث نظری

تألیف:	استفان بوید - لایون وندنبرگ
ترجمه:	دکتر جعفر پوررستم - مهندس سیدحسین موسوی - مهندس میرمهدی صفری
ویراستار ادبی:	دکتر محمدرضا عابدی
ناشر و فروست:	انتشارات دانشگاه تبریز، ۷۹۱
تاریخ و نوبت چاپ:	شهریور ۱۴۰۰-اول
شمارگان:	۵۰۰ نسخه
شابک دوره:	۹۷۸-۶۰۰-۸۸۶۴-۹۴-۶
شابک جلد ۱:	۹۷۸-۶۰۰-۸۸۶۴-۹۴-۳
قیمت:	۱۱۰۰۰۰۰ ریال
سایت:	http://pprs.tabrizu.ac.ir
لیتوگرافی، چاپ و صحافی:	اداره چاپ دانشگاه تبریز
طراح جلد	سحرالسادات موسوی

این اثر مشمول قانون حمایت از مولفان، مصنفان و هنرمندان مصوب ۱۳۴۸ است. هر شخص حقیقی یا حقوقی که تمام یا قسمتی از این اثر را بدون اجازه ناشر منتشر، پخش، عرضه، تکثیر یا تجدید چاپ نماید مورد پیگرد قانونی قرار خواهد گرفت.

نشانی: تبریز، بلوار ۲۹ بهمن، دانشگاه تبریز- تلفن: ۰۴۱۳۳۲۶۵۵ و ۰۴۱۳۳۳۹۵۰۱
 شماره: ۰۴۱۳۳۳۹۴۱۱۹ آدرس پست الکترونیکی: publication@tabrizu.ac.ir

فهرست

پیش‌گفتار نویسنده

پیش‌گفتار مترجمان

فصل اول

مقدمه

- ۱-۱ بهینه‌سازی ریاضی ۷
- ۲-۱ حداقل مربعات و برنامه‌ریزی خطی ۱۱
- ۳-۱ بهینه‌سازی محدب ۱۵
- ۴-۱ بهینه‌سازی غیرخطی ۱۷
- ۵-۱ طرح کلی ۲۱
- ۶-۱ نمادگذاری ۲۵
- ۲۷ کتاب‌شناسی ۲۷

بخش ۱ مباحث نظری

فصل دوم

مجموعه‌های محدب

- ۱-۲ مجموعه‌های آفاین و محدب ۳۳
- ۲-۲ چند مثال مهم ۴۰
- ۳-۲ عملیات‌هایی که تحدب را حفظ می‌کنند ۵۰
- ۴-۲ نامعادله‌های تعمیم‌یافته ۵۹
- ۵-۲ ابرصفحه‌های جداکننده و پشتیبان ۶۵
- ۶-۲ مخروط دوگان و نامعادله‌های تعمیم‌یافته ۷۱
- ۸۰ کتاب‌شناسی ۸۰
- ۸۱ تمرینات ۸۱

فصل سوم

توابع محدب

- ۱-۳ ویژگی‌های اساسی و مثال‌ها..... ۹۵
- ۲-۳ عمل گرهایی که تحدب را حفظ می‌کنند..... ۱۱۰
- ۳-۳ تابع مزدوج..... ۱۲۶
- ۴-۳ توابع شبه‌محدب..... ۱۳۳
- ۵-۳ توابع محدب لگاریتمی و مقعر لگاریتمی..... ۱۴۴
- ۶-۳ تحدب با در نظر گرفتن نامعادله‌های تعمیم‌یافته..... ۱۵۰
- کتاب‌شناسی..... ۱۵۶
- تمرینات..... ۱۵۷

فصل چهارم

مسائل بهینه‌سازی محدب

- ۱-۴ مسائل بهینه‌سازی..... ۱۷۹
- ۲-۴ بهینه‌سازی محدب..... ۱۹۱
- ۳-۴ مسائل بهینه‌سازی خطی..... ۲۰۴
- ۴-۴ مسائل بهینه‌سازی درجه دوم..... ۲۱۲
- ۵-۴ برنامه هندسی..... ۲۲۲
- ۶-۴ قیود نامعادله تعمیم‌یافته..... ۲۳۱
- ۷-۴ بهینه‌سازی برداری..... ۲۴۱
- کتاب‌شناسی..... ۲۵۸
- تمرینات..... ۲۶۰

فصل پنجم

دوگانی

- ۱-۵ تابع لاگرانژ..... ۳۰۱
- ۲-۵ مسأله دوگان لاگرانژ..... ۳۱۱
- ۳-۵ تفسیر هندسی..... ۳۲۲
- ۴-۵ تفسیر نقطه زینی..... ۳۲۸
- ۵-۵ شرایط بهینگی..... ۳۳۳
- ۶-۵ اختلال و تحلیل حساسیت..... ۳۴۴
- ۷-۵ مثال‌ها..... ۳۴۹

فهرست خ

۳۵۵	۸-۵ قضایای جای‌گزینی
۳۶۴	۹-۵ نامعادله‌های تعمیم‌یافته
۳۷۴	کتاب‌شناسی
۳۷۶	تمرینات

پیوست‌ها

پیوست الف

۴۰۱	پیشینه ریاضی
۴۰۱	الف-۱ نرم‌ها
۴۰۷	الف-۲ تجزیه و تحلیل
۴۰۸	الف-۳ توابع
۴۱۰	الف-۴ مشتق‌ها
۴۱۷	الف-۵ جبر خطی
۴۲۶	کتاب‌شناسی

پیوست ب

مسائل شامل دو تابع درجه دوم

۴۲۷	ب-۱ بهینه‌سازی درجه دوم با یک قید
۴۲۹	ب-۲ روش S
۴۳۰	ب-۳ حوزه مقادیر دو ماتریس متقارن
۴۳۳	ب-۴ اثبات نتایج دوگانی قوی
۴۳۵	کتاب‌شناسی

پیوست ج

زمینه جبر خطی عددی

۴۳۷	ج-۱ ساختار ماتریس و پیچیدگی الگوریتم
۴۴۱	ج-۲ حل معادله‌های خطی با ماتریس‌های تجزیه شده
۴۴۶	ج-۳ تجزیه LU ، چولسکی و LDL^T
۴۵۲	ج-۴ حذف بلوکی و مکمل شور
۴۶۴	ج-۵ حل معادله‌های خطی نامعین
۴۶۹	کتاب‌شناسی

۴۷۰ منابع
۴۸۵ نماد‌گذاری
۴۸۸ نمایه

پیش‌گفتار نویسنده

این کتاب در مورد بهینه‌سازی محدب، دسته‌ خاصی از مسائل بهینه‌سازی ریاضی، است که شامل مسائل حداقل مربعات^۱ و برنامه‌ریزی خطی می‌شود. به‌وضوح روشن است که مسائل حداقل مربعات و برنامه‌ریزی خطی، تئوری نسبتاً کاملی دارند که در انواع کاربردها پیش می‌آیند و می‌توانند به‌شکل موثری به‌طور عددی حل شوند. نکته اساسی کتاب این است که همان روند را می‌توان برای کلاس بزرگ‌تری از مسائل بهینه‌سازی محدب به‌کار گرفت. درحالی‌که ریاضیات بهینه‌سازی محدب در حدود یک قرن مورد مطالعه قرار گرفته است، پیشرفت‌های مرتبط اخیر علاقه‌مندی جدیدی را نسبت به موضوع شبیه‌سازی کرده‌اند. اولین بازشناسی این بود که روش‌های نقطه داخلی، برای حل مسائل برنامه‌ریزی خطی در ۱۹۸۰ توسعه یافتند، روش‌هایی که می‌توانند برای حل مسائل بهینه‌سازی محدب مورد استفاده قرار گیرند. این روش‌های جدید ما را قادر می‌سازند تا برخی کلاس‌های جدید مسائل بهینه‌سازی محدب، مانند برنامه نیمه‌معین و مخروط مرتبه‌دوم را تقریباً به سادگی برنامه‌ریزی خطی حل کنیم.

پیشرفت دوم کشف این نکته است که مسائل بهینه‌سازی محدب (فراتر از حداقل مربعات و برنامه‌ریزی خطی) در عمل رایج‌تر از آنچه قبلاً تصور می‌شد، هستند. از سال ۱۹۹۰ بسیاری از کاربردها در زمینه‌هایی نظیر سیستم‌های کنترل اتوماتیک، تخمین و پردازش سیگنال، ارتباطات و شبکه‌ها، طراحی مدار الکترونیکی، تجزیه و تحلیل داده‌ها و مدل‌سازی، آمار و امور مالی کشف شده‌اند. همچنین بهینه‌سازی محدب کاربرد گسترده‌ای در بهینه‌سازی ترکیبی و بهینه‌سازی سراسری پیدا کرده است که از آن برای پیدا کردن کران‌های مقدار بهینه و همچنین جواب‌های تقریبی استفاده می‌شود. ما معتقدیم که بسیاری از کاربردهای دیگر بهینه‌سازی محدب، هنوز در انتظار کشف می‌باشند.

مزایای زیادی برای شناسایی یا فرمول‌بندی یک مسأله به‌عنوان مسأله بهینه‌سازی محدب وجود دارد. اساسی‌ترین مزیت این است که مسأله می‌تواند با به‌کارگیری روش‌های نقطه داخلی و یا روش‌های بهینه‌سازی محدب خاص دیگر، به‌شکلی بسیار قابل اعتماد و کارا، حل گردد. این روش‌های حل به اندازه کافی قابل اعتمادند که می‌توانند در یک ابزار طراحی یا تجزیه و تحلیل رایانه‌ای یا حتی سیستم کنترل واکنش‌پذیر یا اتوماتیک زمان واقعی تعبیه شوند. همچنین، مزایای نظری یا مفهومی برای فرمول‌بندی یک مسأله به‌عنوان مسأله بهینه‌سازی محدب وجود دارد. به‌عنوان مثال، مسأله دوگان متناظر، اغلب تفسیر جالبی از

^۱ Least Square

مسئله اصلی ارائه می‌دهد و گاهی اوقات منجر به روشی کارآمد یا توزیع شده برای حل آن می‌شود.

از دیدگاه ما بهینه‌سازی محدب به اندازه کافی یک موضوع مهم است که هر کس که از ریاضیات محاسباتی استفاده می‌کند، باید اطلاعات حداقلی در مورد آن داشته باشد. علاوه بر این، طبیعتاً پس از جبر خطی پیشرفته (موضوعاتی مانند حداقل مربعات، مقادیر منفرد) و برنامه‌ریزی خطی، بهینه‌سازی محدب موضوع مهم بعدی است.

هدف این کتاب

در بسیاری از روش‌های بهینه‌سازی عام، رویکرد معمول این است که فقط روش را روی مسئله آزمایش کنیم تا حل شود. در مقابل، برخورداری از همه مزایای بهینه‌سازی محدب فقط زمانی اتفاق می‌افتد که مسئله از قبل محدب باشد. البته، بیش‌تر مسائل بهینه‌سازی محدب نیستند و ممکن است تشخیص مسائلی که محدب‌اند یا اصلاح یک مسئله به‌طوری که مسئله جدید محدب گردد، دشوار باشد.

هدف اصلی ما این است که به خواننده کمک کنیم تا دانش کاری خود را در زمینه بهینه‌سازی محدب افزایش دهد؛ یعنی مهارت‌ها و زمینه مورد نیاز برای شناسایی، فرمول‌بندی و حل مسائل بهینه‌سازی محدب را توسعه دهد.

توسعه دانش کاری بهینه‌سازی محدب، به‌خصوص برای خواننده‌ای که عمدتاً علاقه‌مند به برنامه‌های کاربردی است، می‌تواند از دید ریاضی مورد تقاضا باشد. با تجارب ما سرمایه‌گذاری (عمدتاً برای دانشجویان تحصیلات تکمیلی در مهندسی برق و علوم رایانه)، اغلب بازدهی خوب و گاهی اوقات نتیجه بسیار خوبی دارد.

چندین کتاب در مورد برنامه‌ریزی خطی و به‌طور کلی در برنامه‌ریزی غیرخطی وجود دارد که بر فرمول‌بندی مسئله، مدل‌سازی و کاربردها تمرکز کرده‌اند. چندین کتاب دیگر، تئوری بهینه‌سازی محدب، یا روش‌های نقطه داخلی و تحلیل پیچیدگی آن‌ها را پوشش می‌دهند. این کتاب حالت بینابینی دارد و کتابی است که در مورد بهینه‌سازی محدب کلی که بر فرمول‌بندی مسئله و مدل‌سازی تمرکز دارد.

البته این متن در مورد تحلیل، یا ریاضیات بهینه‌سازی محدب بحث نمی‌کند؛ چندین کتاب هستند که این موضوعات را به‌خوبی پوشش داده‌اند. کتاب حاضر همچنین در باب بررسی